

TD₂₀ – Fonctions de plusieurs variables**Exercice à préparer**

Exercice 1 ★★

Soit $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la fonction définie par $g(x, y) = e^x(x + y^2 + e^x)$. On considère également la fonction f , définie sur \mathbb{R} par $f(t) = 1 + t + 2e^t$.

1. Montrer que g est \mathcal{C}^1 sur \mathbb{R}^2 , et calculer ses dérivées partielles.
2. Montrer qu'il existe un unique réel α tel que $f(\alpha) = 0$. Justifier que $\alpha \in [-2, -1]$.
3. En déduire que g possède un unique point critique, que l'on exprimera en fonction de α .
4. Déterminer la nature locale de ce point critique
5. En remarquant que pour tout $y \in \mathbb{R}$, $g(x, y) \geq g(x, 0)$, montrer que g possède un minimum global.